

性能退化双线性过程方法与成组 试验方法的比较

王治华, 傅惠民, 黄 蓉, 张勇波

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对性能退化可靠性分析问题, 将双线性过程方法与成组试验方法进行了对比分析. 首先, 从理论层面阐述了双线性过程方法和成组试验方法对性能退化数据的建模过程, 可以发现: 双线性过程方法通过将性能退化数据作为一个整体进行统计分析, 能够避免两步估计造成的信息浪费, 提高分析精度. 其次, 以窗雨刮器开关性能退化试验为例进行了对比分析, 结果表明, 双线性过程方法共有 2.5% 的试验数据位于概率为 90% 的百分位值曲线估计结果上方, 符合工程实际需要, 而成组试验方法共有 15% 的试验数据位于百分位值曲线估计结果上方. 此外, 基于残差分析的模型检验结果表明双线性过程方法更为合理.

关 键 词: 性能退化; 可靠性分析; 双线性过程方法; 成组试验方法; 两步估计

中图分类号: V448; O231

文献标志码: A

Comparison of bilinear process method and group test method for performance degradation

WANG Zhi-hua, FU Hui-min, HUANG Rong, ZHANG Yong-bo

(School of Aeronautic Science and Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: For the performance degradation reliability analysis, comparison of bilinear process method and group test method was conducted. The modeling procedure of these two methods was theoretically discussed. It can be found consequently that, the analysis precision of bilinear process method can be improved based on the one-stage estimation process, helping to avoid information waste. A reported window wiper switch performance degradation test was then considered to verify these two methods. Comparative analysis of the 10th percentile curve indicates that, the bilinear process method with 2.5% upper test data, can derive more reasonable results, compared with the group test method with 15% upper test data. In addition, model validation based on the residual analysis illustrates the effectiveness of the bilinear process method.

Key words: performance degradation; reliability analysis; bilinear process method; group test method; two-stage estimation

对于航空航天产品、复杂武器装备和大型工业系统而言, 可靠性和安全性已成为决定工程成败的重要技术指标, 准确预测、分析与评估其可靠

性水平对保障整个系统的安全、可靠运行和制定科学、合理的维修策略具有十分重要的意义.

随着科学技术的不断发展, 产品系统复杂、造

收稿日期: 2013-04-08

基金项目: 国家自然科学基金(11202011); 国家重点基础研究发展计划(2012CB720000);

中央高校基本科研业务费专项资金(YWF-13-HK-11)

作者简介: 王治华(1981—), 女, 辽宁辽阳人, 讲师、硕士生导师, 博士, 主要从事可靠性工程、小样本技术研究.

价昂贵、可靠性高、寿命长等特点日益突出,很难通过寿命试验和加速寿命试验获得足够的失效寿命数据,有时还会出现极少甚至零失效的现象,这对于以失效寿命数据为分析对象的传统可靠性理论是一个巨大挑战.此时,性能退化数据可作为产品可靠性评估的重要信息源,为产品可靠性评估提供可行途径^[1].20世纪90年代逐渐兴起的性能退化失效分析方法能够建立产品可靠性指标与性能参数变化规律之间的关系,由此得到产品的失效时间分布函数.

由于性能退化过程受到各种随机因素的影响,往往是一个复杂的过程,呈现出很大的随机性,因此用随机过程理论描述性能退化符合工程实际^[2-3].线性过程方法和成组试验方法都建立在随机过程理论的基础上,其中成组试验方法又称为图分析方法,是工程中广泛使用的分析方法之一^[4-5],该方法认为不同时刻的性能退化数据服从同一分布类型,只是不同时刻分布函数的参数可能随时间而发生变化,是一种典型的两步估计方法,只有大量试验数据才能够保证估计精度^[4,6].为此,文献[7-8]提出了线性独立增量过程的概念,建立了性能退化模型及分析方法,给出了模型参数的整体估计方法,实现了不同时刻性能退化数据间纵向信息的充分利用.本文针对性能退化的线性过程分析方法和成组试验方法,从理论分析和实例验证两方面进行对比分析.

1 双线性过程方法

双线性过程是一种具有线性函数均值和线性函数标准差的独立增量随机过程,适用于工程中常见的均值和标准差均为线性函数的性能退化过程分析,具有计算简单、便于应用的优点.

根据文献[7],双线性过程可表示为

$$y = a + bx + \epsilon(x) \quad (1)$$

$$\epsilon(x) \sim N[0, \sigma_0^2 I^2(x)] \quad (2)$$

$$I(x) = 1 + \theta(x - \bar{x}) \quad (3)$$

式中 $a, b, \sigma_0 > 0, \theta > 0$ 均为待定参数, $\bar{x}$ 为常数.

设共有 m 个试样进行性能退化试验,在 $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ 时刻对各试样的性能参数进行测量,得到一组数据 $(t_j, y_{ij}), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$.分析性能参数测量值随测试时间的变化规律,必要时建立时间转换函数 $x = \varphi(t)$,使性能参数随转换时间线性变化.由此得到数据 $(x_j, y_{ij}), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$.特别地,当性能参数随测试时间线性变化时,令 $x = t$.

根据双线性过程回归分析方法^[7],可以得到

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{\sigma}_0^2$ 和 $\hat{\theta}$ 的估计量分别为

$$\hat{a} = \bar{y}_1 - \hat{b}x_1 \quad (4)$$

$$\hat{b} = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} \quad (5)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{\nu} \left[l_{yy} - \frac{l_{xy}^2}{l_{xx}} \right] \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{i1} - \bar{y}_1)^2 \quad (7)$$

$$E(\theta) = \frac{2l_{xy}}{l_{xx}} l_{xy0} - \frac{l_{xy}^2}{l_{xx}^2} l_{xx0} - l_{yy0} + \frac{\nu + n^* - m(n-1)}{\nu} \left[l_{yy} - \frac{l_{xy}^2}{l_{xx}} \right] \quad (8)$$

式中 ν 为 $\hat{\sigma}_0^2$ 的自由度,当 $\theta \neq 0$ 时, $\nu = m(n-1) - 2$,当 $\theta = 0$ 时, $\nu = m(n-1) - 1$,并且

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (9)$$

$$\bar{x}_j = \frac{x_j + x_{j-1}}{2} \quad (10)$$

$$\Delta x_j = x_j - x_{j-1} \quad (11)$$

$$\Delta y_{ij} = y_{ij} - y_{i(j-1)} \quad (12)$$

$$\bar{y}_1 = \sum_{i=1}^m y_{i1} \quad (13)$$

$$n^* = \frac{m}{I(x_1)} + \frac{m}{2} \sum_{j=2}^n \frac{1}{I(\bar{x}_j)} \quad (14)$$

$$l_{xx} = \frac{m}{2\theta} \sum_{j=2}^n \frac{\Delta x_j}{I(\bar{x}_j)} \quad (15)$$

$$l_{xy} = \frac{1}{2\theta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=2}^n \frac{\Delta y_{ij}}{I(\bar{x}_j)} \quad (16)$$

$$l_{xx0} = \frac{m}{4\theta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=2}^n \frac{\Delta x_j}{I^2(\bar{x}_j)} \quad (17)$$

$$l_{yy0} = \frac{1}{I^3(x_1)} \sum_{i=1}^m (y_{i1} - \bar{y}_1)^2 + \frac{1}{4\theta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=2}^n \frac{(\Delta y_{ij})^2}{\Delta x_j I^2(\bar{x}_j)} \quad (18)$$

$$l_{xy0} = \frac{1}{4\theta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=2}^n \frac{\Delta y_{ij}}{I^2(\bar{x}_j)} \quad (19)$$

在实际问题的处理过程中,首先根据式(7)估计 $\hat{\sigma}_1^2$,然后采用二分法由式(8)确定 $\hat{\theta}$,再根据式(4)~式(6)确定参数 $\hat{a}, \hat{b}$ 和 $\hat{\sigma}_0^2$.由此,可得到回归方程

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x \quad (20)$$

及相应的方差估计量

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}_1^2 + \Delta \hat{\sigma}^2 \quad (21)$$

其中

$$\Delta \hat{\sigma}^2 = (x - x_1) I \left(\frac{x + x_1}{2} \right) \hat{\sigma}_0^2 \quad (22)$$

双线性退化过程可靠度为 R 的百分位值 $y_R(x)$ 可由下式估计:

$$\hat{y}_R(x) = \hat{a} + \hat{b}x + u_R \beta \hat{\sigma}(x) \quad (23)$$

其中 u_R 为概率为 R 的标准正态偏量, 即 $R = \Phi(u_R)$, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态变量的分布函数, β 为 $\hat{\sigma}(x)$ 的修偏系数, 可由下式计算:

$$\beta = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2 \kappa^2 (m-1) + \hat{\sigma}^2 \kappa^2 (\nu)}{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}^2}} \quad (24)$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{\nu}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \quad (25)$$

式中 $\kappa(m-1)$ 和 $\kappa(\nu)$ 分别为 $\hat{\sigma}_1^2$ 和 $\hat{\sigma}^2$ 的修偏系数, 且均为非常接近于 1 的常数^[9-11].

2 成组试验方法

成组试验方法是工程中广泛使用的分析方法之一^[9], 该方法首先通过大量重复试验得到一组性能曲线数据, 并在各个测试时刻分别进行统计分析, 再通过拟合得到其可靠性曲线。

同样地, 对于 m 个试样在指定的 n 个时刻 $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ 测得的性能退化数据 (x_j, y_{ij}) , $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$, 以工程中常用的正态分布为例, 介绍成组试验方法的一般分析步骤^[4, 12-13]。

首先, 采用整体分布函数 $F_Y(\theta(t))$ 描述各测试时刻性能退化数据的分布规律, 其中 $\theta(t) = [\mu(t), \sigma(t)]^T$ 为 t 时刻正态分布函数的参数向量。

然后, 对各测试时刻的性能退化数据进行统计分析, 得到该时刻分布参数的估计值

$$\hat{\mu}(t_j) = \bar{y}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{ij} \quad (26)$$

$$\hat{\sigma}(t_j) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{ij} - \bar{y}_j)^2} \quad (27)$$

可靠度为 R 的性能参数百分位值

$$\hat{y}_R(t_j) = \hat{\mu}(t_j) + u_R \beta \hat{\sigma}(t_j) \quad (28)$$

最后, 对各时刻的分布参数、百分位值的点估计进行拟合, 得到相应的性能退化可靠性曲线。

3 实例对比分析

开关是保证众多系统稳定运行的关键部件, 其性能分析和寿命预测能够为及时采取预防性维

修措施提供科学依据^[14]。图 1 给出一组窗雨刮器开关的性能退化数据^[15], 试验记录了各开关经历一定次数接触的电压降数据。

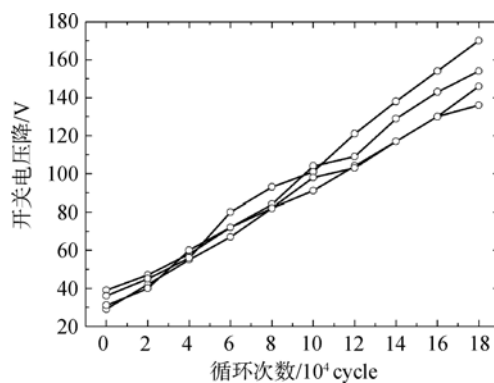


图 1 窗雨刮器开关性能退化数据

Fig. 1 Performance degradation data for window wiper switch

图 2 给出了各测试时刻性能参数测量值均值和标准差的初步估计结果。可见, 窗雨刮器开关性能参数均值和标准差近似线性变化, 可采用双线性过程方法进行处理。

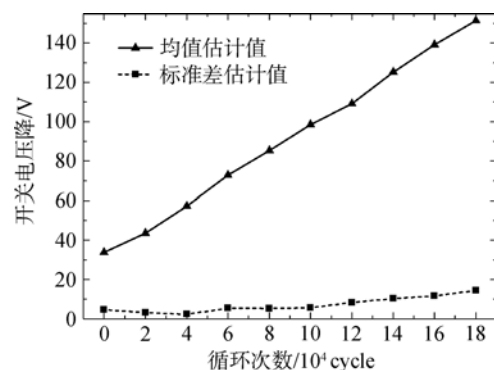


图 2 窗雨刮器开关性能参数均值和标准差估计结果

Fig. 2 Mean value and standard deviation estimates for performance parameter of window wiper switch

采用双线性过程方法对图 1 中的数据进行处理, 可得到回归方程 ($x=t$)

$$\hat{y}(t) = 33.75 + 6.447t$$

标准差估计值为

$$\hat{\sigma}(t) = 5.057 + 0.5236t$$

采用成组试验方法对图 1 中的性能退化数据进行处理, 得到性能退化模型

$$\hat{y}(t) = 31.82 + 6.645t$$

$$\hat{\sigma}(t) = 1.696 + 0.5951t$$

图 3 和图 4 分别给出了双线性过程方法和成

组试验方法的残差图,可以看到,双线性过程方法得到的模型残差分布更为集中,表明其建模过程和分析结果更为合理。

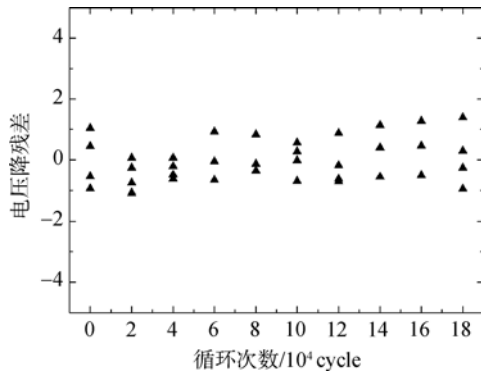


图3 双线性过程方法残差图

Fig. 3 Residual plot of bilinear process method

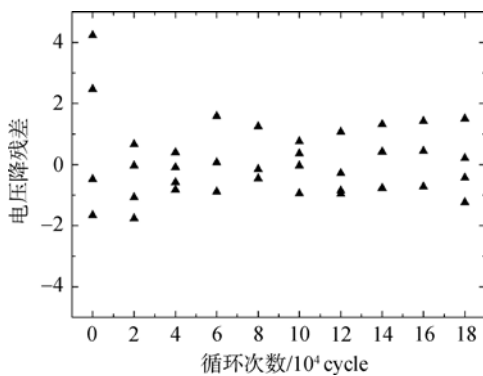


图4 成组试验方法残差图

Fig. 4 Residual plot of test group method

在90%的概率下,分别采用双线性过程方法和成组试验方法得到了窗雨刮器开关性能百分位值曲线随时间的变化情况,如图5所示。由百分位

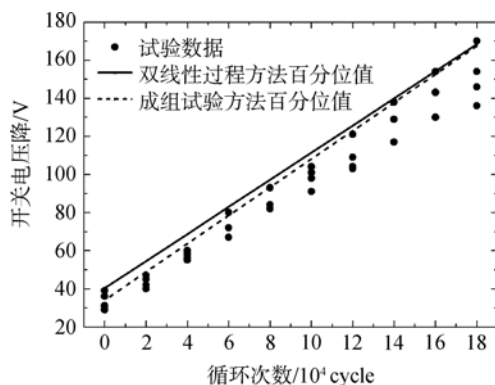


图5 窗雨刮器开关性能百分位值曲线

Fig. 5 Percentiles curves of window wiper switch performance

值的概念可知,各测试时刻的性能参数测试值小于相应百分位值的概率为90%,即大部分性能参数测试值应位于百分位值曲线的下方。由图5可见,所有40个试验数据中,有6个试验数据位于成组试验方法百分位值曲线上方,有1个试验数据位于双线性过程方法百分位值曲线上方,可见,成组试样方法的处理结果偏于危险,双线性过程方法得到结果更为合理。

4 结 论

采用理论分析和实例对比的手段,对性能退化的双线性过程方法和成组试验方法进行了对比研究,得到以下结论:

1) 双线性过程方法能够将各测试时刻得到的性能数据作为整体进行统计分析,能够避免信息的浪费。

2) 成组试验方法首先统计分析各个测试时刻的性能数据,然后通过各时刻点估计值的拟合得到相应的性能退化可靠性曲线,这种两步估计法常常导致信息丢失和误差累积,从而影响估计精度。

3) 理论分析和实例对比表明,双线性过程方法是一种整体估计方法,能够有效提高分析精度。

参考文献:

- [1] Nair V N. Discussion of estimation of reliability in field performance studies [J]. Technometrics, 1988, 30: 379-383.
- [2] Ross S M. Stochastic processes[M]. New York: John Wiley and Sons Incorporated, 1983.
- [3] 《现代应用数学手册》编委会. 现代应用数学手册: 概率统计与随机过程卷[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [4] Nelson W. Analysis of performance degradation data from accelerated tests[J]. Transactions on Reliability, 1981, 30 (2): 149-155.
- [5] Nelson W. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis[M]. New York: John Wiley and Sons Incorporated, 2004.
- [6] Wang W D, Dan D D. Reliability quantification of induction motors[C]//Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium. Washington: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2002: 325-331.
- [7] 傅惠民, 吴琼. 线性独立增量过程分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(4): 930-935.
FU Huimin, WU Qiong. Analysis method for linear process with independent increments[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(4): 930-935. (in Chinese)
- [8] 傅惠民, 吴琼. 线性过程回归分析方法[J]. 机械强度, 2010, 32(4): 600-605.

- FU Huimin, WU Qiong. Regression analysis method for linear process[J]. Journal of Mechanical Strength, 2010, 32(4): 600-605. (in Chinese)
- [9] Montgomery D C, Runger G C. Applied statistics and probability for engineers[M]. 3rd ed. New York: John Wiley and Sons Incorporated, 2003.
- [10] Devore J L. Probability and statistics for engineering and the science[M]. 15th ed. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [11] 高镇同. 疲劳应用统计学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.
- [12] 林洪桦. 动态测试数据处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
- [13] Huang W, Dietrich D L. An alternative degradation reliability modeling approach using maximum likelihood estimation[J]. Transactions on Reliability, 2005, 54(2): 310-317.
- [14] 刘勇, 倪平涛, 尚永爽. 基于 HMM 的开关电源故障预测方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(10): 2367-2369. LIU Yong, NI Pingtao, SHANG Yongshuang. Research on failure prediction for switch power based on HMM[J]. Computer Measurement and Control, 2011, 19(10): 2367-2369. (in Chinese)
- [15] Hamada M S, Wilson A G, Reese C S, et al. Bayesian reliability[M]. New York: Springer, 2008.